

# **Zasady zachowania w mechanice**

**Zasady zachowania w mechanice są to prawa stwierdzające, że jakaś wielkość mechaniczna pozostaje stała w czasie (prawo jednorodności czasu).**

# Zasada zachowania pędu

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

$$\vec{p}_c = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N$$

$$\vec{F}_z = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}_c}{dt}$$

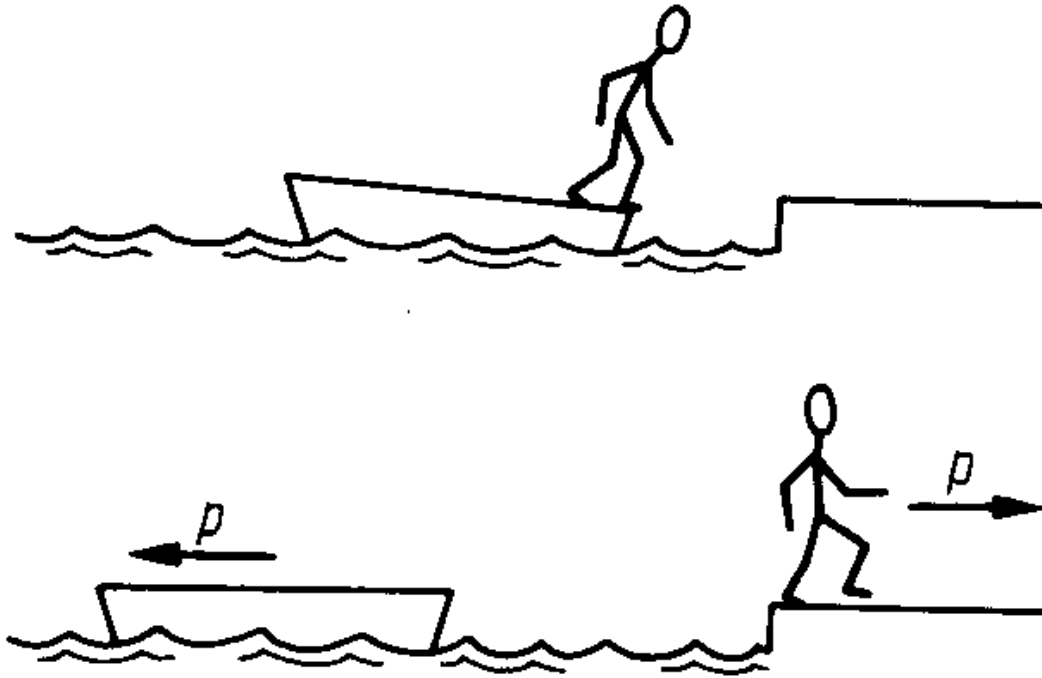
gdzie  $F_z$  jest wypadkową sił zewnętrznych działających na układ.

Układ fizyczny nazywamy zamkniętym (odosobnionym, izolowanym) gdy nie działają nań żadne siły zewnętrzne lub wypadkowa tych sił jest równa zeru.

$$\mathbf{F}_z = \mathbf{0} \quad \frac{d\vec{\mathbf{p}}_c}{dt} = \mathbf{0} \Rightarrow \vec{\mathbf{p}}_c = \mathbf{const}$$

***W układzie zamkniętym pęd całkowity układu jest stały.***

# Przykład zasady zachowania pędu w układzie (człowiek + łódka)



# Zasada zachowania momentu pędu

Moment pędu (kręt)  $L$  jest dla bryły sztywnej równy

$$\vec{L} = \mathbf{I} \cdot \omega$$

gdzie  $I$  - moment bezwładności, a  $\omega$  jest prędkością kątową bryły.

II zasada dynamiki ruchu obrotowego

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

gdzie  $\vec{M}$  jest momentem siły zewnętrznej.

Dla układu złożonego z  $n$  ciał, które mogą być traktowane jak bryły sztywne całkowity moment pędu jest równy

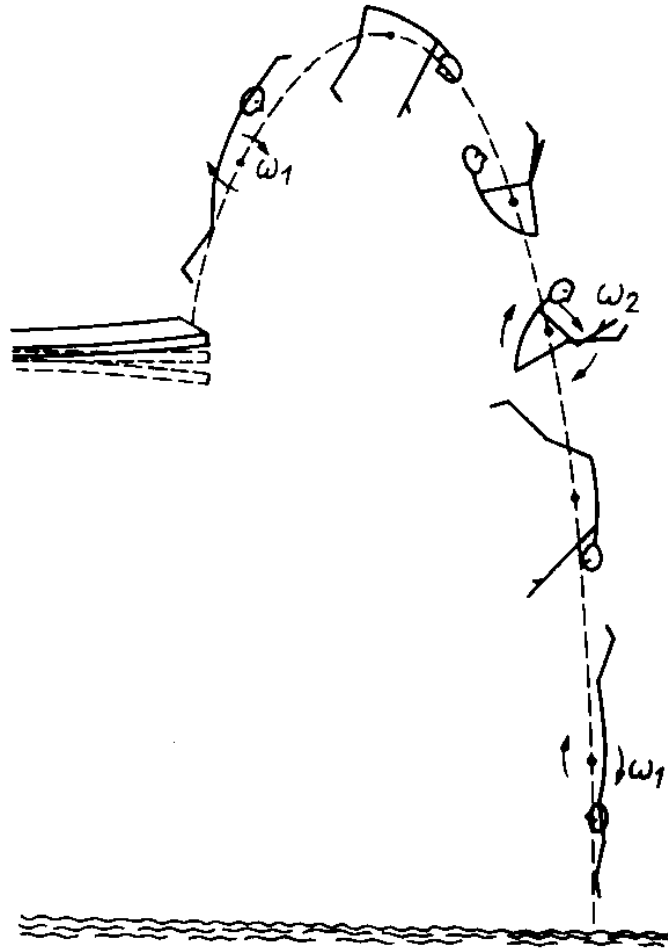
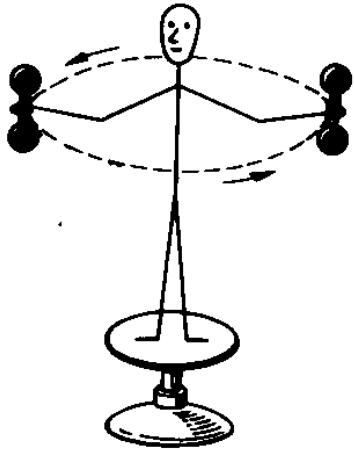
$$\vec{L}_c = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots + \vec{L}_n$$

- Układ brył sztywnych nazywamy zamkniętym gdy nie działają na ten układ siły zewnętrzne lub ich wypadkowy moment jest równy 0.
- W układzie zamkniętym całkowity moment pędu (kręt) jest stały.

$$\vec{M}_z = \mathbf{0} \quad \frac{d\vec{L}_c}{dt} = \mathbf{0} \Rightarrow \vec{L}_c = \text{const}$$

- W układzie zamkniętym całkowity moment pędu w stanie początkowym jest równy całkowitemu momentowi pędu w stanie końcowym.

# Przykłady zastosowania zasady zachowania momentu pędu





# Zasada zachowania energii

**Układ punktów materialnych i brył sztywnych nazywamy zamkniętym i zachowawczym jeżeli:**

- **Układ jest zamknięty, tj. w układzie nie działają żadne siły zewnętrzne; w układzie zamkniętym działają więc tylko siły wewnętrzne.**
- **Działające siły wewnętrzne są zachowawcze, tzn. praca tych sił na dowolnej drodze zamkniętej jest równa zeru.**

**Całkowita energia mechaniczna układu E jest sumą całkowitej energii kinetycznej K i energii potencjalnej U.**

**Całkowita energia mechaniczna układu zamkniętego i zachowawczego jest stała.**

$$\mathbf{E = \sum K_j + U = const}$$

**Całkowita energia układu zamkniętego jest wielkością stałą. Mogą jedynie zachodzić przemiany jednych form energii w inne.**

# Zderzenia

Jeżeli ciała zderzające się poruszają się wzdłuż linii łączącej środki ich mas, zderzenia nazywamy *centralnymi*.

- Zderzenie nazywamy sprężystym, gdy energia kinetyczna jest zachowana, tzn.

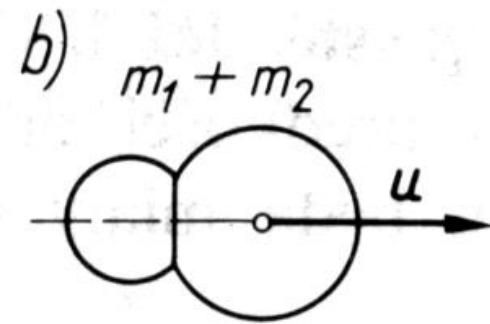
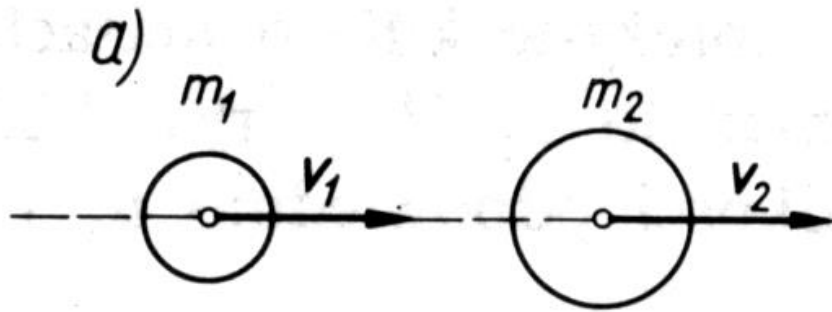
$$\sum \mathbf{K}_i = \sum \mathbf{K}_f$$

„i” – przed , „f” - po zderzeniu.

- Zderzenie jest niesprężyste gdy

$$\sum \mathbf{K}_i = \sum \mathbf{K}_f + Q$$

Q - np. ciepło.



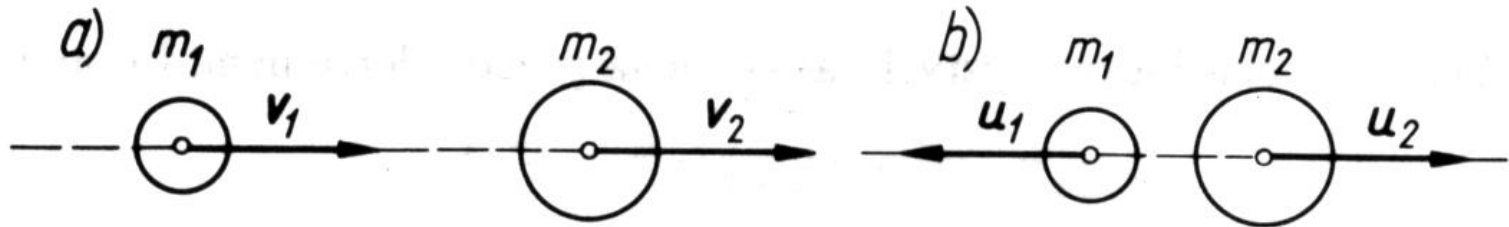
$$\mathbf{m}_1 \mathbf{v}_1 + \mathbf{m}_2 \mathbf{v}_2 = (\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2) \cdot \mathbf{u}$$

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{m}_1 \mathbf{v}_1 + \mathbf{m}_2 \mathbf{v}_2}{\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2}$$

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$K_2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u^2 = \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$$

$$Q = K_1 - K_2 = \frac{\mathbf{m}_1 \mathbf{m}_2}{2(\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2)} (\mathbf{v}_1^2 - \mathbf{v}_2^2)$$

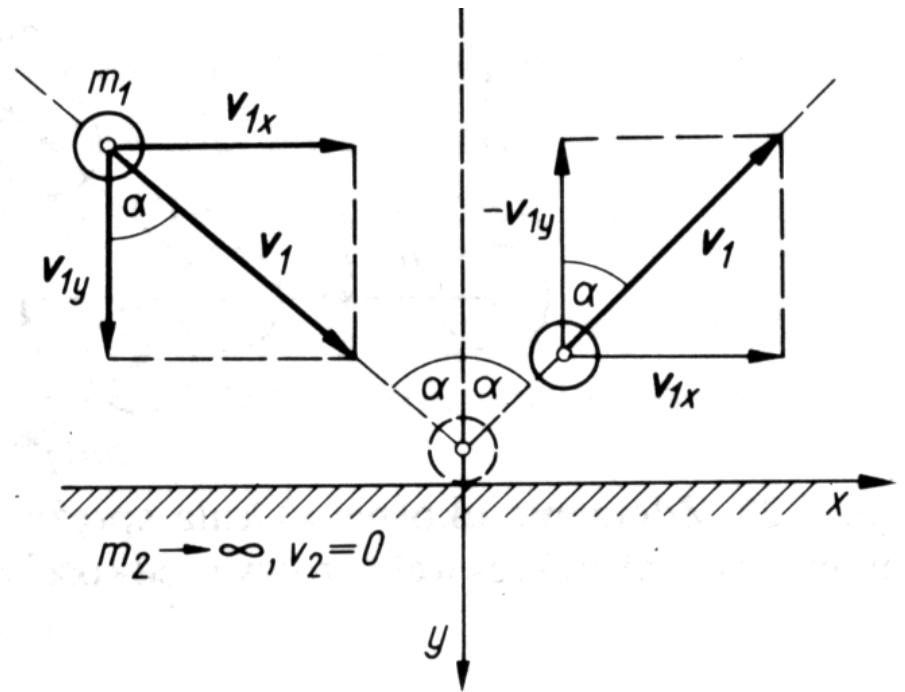
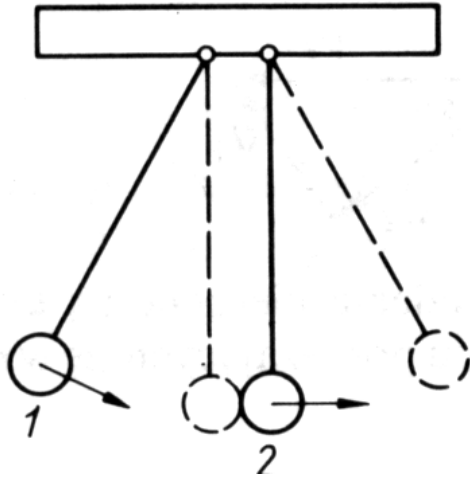


$$\mathbf{m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2}$$

$$\frac{1}{2} \mathbf{m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2}$$

$$\mathbf{u_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1}$$

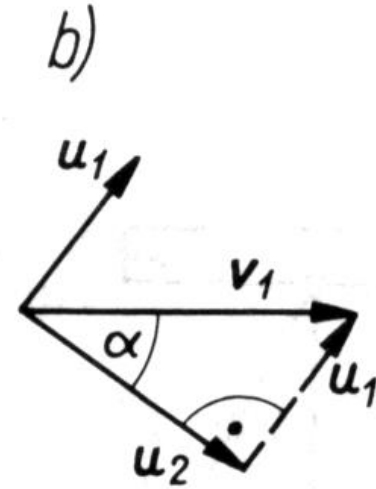
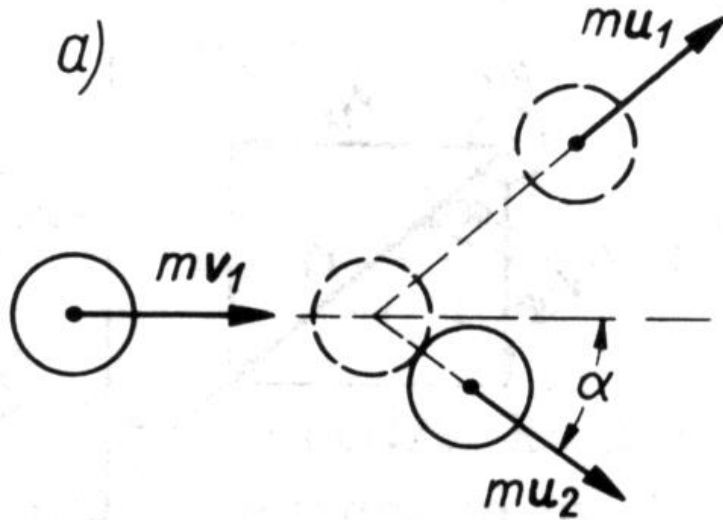
$$\mathbf{u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_2}$$



- prędkość kuli po odbiciu jest równa prędkości kuli przed odbiciem;
- kąt padania jest równy kątowi odbicia.

### Zderzenie ukośne:

- a) kula o masie  $m$  uderza nieruchomą kulę o takiej samej masie,
- b) wektorowy wykres prędkości



$$\vec{v}_1 = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$$

$$v_1^2 = u_1^2 + u_2^2$$

- Kule po zderzeniu będą się zawsze poruszały względem siebie pod kątem prostym.