

[a.zurawska@po.opole.pl](mailto:a.zurawska@po.opole.pl)

## **Konsultacje:**

Poniedziałek, godz. 13.45-14.45,  
ul. Sosnkowskiego 31, p.302

Czwartek, godz. 10.00-11.00,  
ul. Ozimska 75, p.205

# Wymagania wstępne w zakresie przedmiotu:

- Ma wiedzę z zakresu fizyki oraz chemii na poziomie programu nauczania obowiązującego w szkole średniej
- Ma wiedzę w zakresie matematyki umożliwiającą analizę i interpretację wzorów fizycznych
- Potrafi dokonać analizy prostych problemów fizycznych z wykorzystaniem do ich rozwiązania aparatu matematycznego
- Potrafi myśleć i działać indywidualnie oraz pracować w grupie

- Treści kształcenia
  - Wielkości fizyczne i układy jednostek, opracowanie wyników pomiarów
  - Kinematyka punktu materialnego
  - Dynamika punktu materialnego
  - Zasady zachowania w mechanice
  - Ruch harmoniczny prosty tłumiony i wymuszony
  - Ruch falowy, równanie fali
  - Dyfrakcja interferencja i polaryzacja fal
  - Fale dźwiękowe
  - Elementy szczególnej teorii względności
  - Zjawiska optyki kwantowej
  - Budowa i zasada działania lasera
  - Elementy fizyki jądrowej

# Efekty kształcenia dla przedmiotu

(wiedza, umiejętności, kompetencje społeczne)

- Ma wiedzę obejmującą kinematykę, dynamikę, hydrodynamikę, ruch harmoniczny i falowy niezbędną do zrozumienia zjawisk i praw fizycznych występujących w przyrodzie
- Potrafi pozyskiwać informacje z literatury i innych źródeł, integrować pozyskane informacje, dokonywać ich interpretacji, wyciągać wnioski oraz formułować i uzasadniać opinie
- Ma umiejętność samokształcenia się
- Rozumie potrzebę ciągłego doksztalcania się, potrafi inspirować i organizować proces uczenia się innych

**Egzamin w formie pisemnej - test**

**Do egzaminu można przystąpić po  
zaliczeniu laboratorium z fizyki**

# Literatura

- J.Massalski, M. Massalska, Fizyka dla inżynierów, cz.1 i 2, PWN, Warszawa 2005
- D.Halliday, R. Resnick, J.Walker, Podstawy fizyki, PWN, Warszawa 2006
- Jay Orear, Fizyka, WNT, Warszawa, 1993
- Paul Hewitt, Fizyka wokół nas, PWN, Warszawa 2006

**PODSTAWOWE WIADOMOŚCI O  
POMIARACH FIZYCZNYCH I O  
OPRACOWANIU WYNIKÓW  
POMIARÓW**

# Wielkości fizyczne

- Wielkość fizyczna to właściwość obiektu lub zjawiska fizycznego, którą możemy zmierzyć i porównać z taką samą właściwością innego obiektu lub zjawiska.
- Podstawowe wielkości fizyczne to te, które dzięki odpowiednim przyrządom można precyzyjnie zmierzyć, a wzorce ich jednostek dokładnie odtwarzać.



# Wielkości podstawowe

- Czas
- Długość
- Masa
- Temperatura
- Natężenie prądu
- Światłość
- Ilość materii

# Wielkości pomocnicze

- Kąt płaski
- Kąt przestrzenny

# Jednostki miar wielkości podstawowych

- **Metr (m)** – długość drogi przebytej przez światło w czasie  $1/299792458$  sekundy
- **Kilogram (kg)** – masa cylindra irydowo-platynowego przechowywanego w Międzynarodowym Biurze Miar i Wag
- **Sekunda (s)** – czas trwania 9 192 631 770 okresów promieniowania elektromagnetycznego emitowanego przy przejściu pomiędzy dwoma nadsubtelnymi poziomami energetycznymi stanu podstawowego atomu cezu  $^{133}\text{Cs}$

- **Kelwin (K)** –  $1/273,16$  część temperatury punktu potrójnego wody
- **Amper (A)** – natężenie prądu płynącego w dwóch długich, równoległych przewodnikach, odległych o 1 metr , znajdujących się w próżni, powodującego powstanie siły oddziaływania magnetycznego między tymi przewodnikami wynoszącej  $2,0 \cdot 10^{-7}$  N na każdy metr długości

- **Kandela** (cd) – natężenie promieniowania elektromagnetycznego o częstotliwości  $5,44 \cdot 10^{14}$  Hz i mocy  $1/683$  wata emitowanego przez źródło w kąt bryłowy 1 steradiana
- **Mol** (mol) – ilość materii, w której liczba molekuł jest równa liczbie atomów zawartych o  $0,012$  kg węgla  $^{12}\text{C}$  ( $N_A \cong 6,022 \cdot 10^{23}$  molekuł/mol)

- **Radian (rd)**- kąt płaski o wierzchołku umieszczonym w środku okręgu, którego ramiona wyznaczają na okręgu łuk o długości równej promieniowi okręgu
- **Steradian (sr)** – kąt bryłowy o wierzchołku umieszczonym w środku sfery, wyznaczający na jej powierzchni wycinek, którego pole jest równe kwadratowi promienia tej sfery

Czynnik	Przedrostek	Symbol
$10^{12}$	Tera	T
$10^9$	Giga	G
$10^6$	Mega	M
$10^3$	kilo	k
$10^2$	hekto	h
$10^1$	deka	da
$10^{-1}$	decy	d
$10^{-2}$	centy	cm
$10^{-3}$	mili	m
$10^{-6}$	mikro	$\mu$
$10^{-9}$	nano	n
$10^{-12}$	piko	p

# Wszechświat

- Wiek to  $15 \pm 5$  miliardów lat czyli  $(4,7 \pm 1.6) * 10^{17}$  s
- Rozmiary liniowe  $(1,4 \pm 0,5) * 10^{26}$  m
- Liczba cząstek masowych  $10^{78}$
- Liczba fotonów  $10^{87}$



- W roku 1995 Międzynarodowa Organizacja Normalizacyjna (ISO) w porozumieniu z szeregiem światowych organizacji naukowo - technicznych uzgodniła międzynarodowe normy dotyczące terminologii i sposobu określenia niepewności pomiarowych publikując odpowiedni dokument .
- **Niepewność pomiarowa** jest ilościową miarą wątpliwości dotyczącej wartości liczbowej wyniku pomiarowego i jest najważniejszym na nowo określonym terminem.

- Pomiar fizyczny może być dokonany tylko z skończoną dokładnością. Powodem tego jest przede wszystkim niedoskonałość przyrządów pomiarowych i nieprecyzyjność naszych zmysłów biorących udział w obserwacjach. Podawanie samego tylko wyniku pomiaru jest zatem niewystarczające. Opracowanie wyników pomiarów winno zawierać także miarę ich wiarygodności łączącą się z niepewnością pomiarową. Jest to odzwierciedlone w sposobie zapisu wielkości zmierzonej:

**wartość wielkości zmierzonej (niepewność pomiarowa) jednostka.**

- Z potrzeby rozwiązywania powyższych problemów powstała teoria niepewności pomiaru zwana wymiennie rachunkiem niepewności pomiarowej. Teoria niepewności nie jest ścisłą teorią fizyczną, lecz raczej przybliżonym matematycznym opisem niedoskonałości eksperymentu. Teoria ta, wykorzystuje zasady rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej.

# Eksperyment fizyczny

- Pozwala obserwować przebieg różnych zjawisk i procesów w ściśle kontrolowanych warunkach wytworzonych w sposób sztuczny.
- Każdą mierzalną własność zjawiska lub substancji nazywamy wielkością fizyczną. Poszczególne wielkości fizyczne powiązane są ze sobą równaniami wyrażającymi prawa przyrody lub definiującymi nowe wielkości fizyczne.
- Pomiar wielkości fizycznej polega na wyznaczeniu liczbowego stosunku danej wielkości do wielkości tego samego rodzaju, przyjętej za jednostkę. Pomiar może być **bezpośredni** lub **pośredni**.
- Pomiar wielkości fizycznej możliwy jest tylko wtedy, gdy istnieje jednostka miary danej wielkości. W przypadku wielkości podstawowych jednostką jest dowolnie wybrany stan tej wielkości, któremu umownie przypisujemy wartość jednostkową i nazywamy wzorcem. Jednostki miar wielkości pochodnych określa się na podstawie wzorów definicyjnych poprzez jednostki wielkości podstawowych.

# Niepewność pomiaru wielkości fizycznych

- Każda wielkość fizyczna jest wielkością rzeczywistą, tzn. posiada wartość rzeczywistą zwaną **wartością prawdziwą**. Gdybyśmy mogli dokonywać pomiarów wielkości fizycznych z idealną dokładnością, to przy każdym pomiarze tej samej wielkości otrzymalibyśmy identyczną wartość. Jednak pomiary takie nie są możliwe.
- **Niepewność pomiaru** jest związanym z wynikiem pomiaru parametrem, charakteryzującym rozrzut wartości wyników pomiarów, które można w uzasadniony sposób przypisać wartości mierzonej. Niepewność występująca w pomiarze naukowym oznacza niemożliwy do uniknięcia czynnik nierozzerwalnie związany z istotą samego pomiaru. Wszystko, co można osiągnąć, to spowodować, by niepewności pomiarowe były możliwie najmniejsze i znaleźć sposób na oszacowanie ich wartości.
- **Rachunek niepewności** jest zatem nieodłącznym składnikiem opracowania danych pomiarowych, a jego zadaniem jest choćby przybliżone oszacowanie rozrzutu wyników pomiarów.

Miarą dokładności pomiaru jest **niepewność standardowa (standard uncertainty)**, która w najkrótszym ujęciu jest **oszacowaniem odchylenia standardowego**.

Dopuszczalne są trzy sposoby zapisu niepewności (u - uncertainty ):

**u, u(x), u(stężenie NaCl).**

Niepewnością standardową względną  $u_r(x)$  nazywamy iloraz niepewności standardowej i wielkości mierzonej. Niepewność standardowa względna jest wielkością bezwymiarową, często wyrażana miarą procentową.

$$u_r(x)[\%] = \frac{u(x)}{x} \cdot 100\%$$

Istnieje wiele źródeł niepewności pomiaru. Do najważniejszych zaliczamy (nie wszystkie wymienione niżej przyczyny są od siebie niezależne):

- niepełną definicję wielkości
- fakt, że przyrząd, miernik, wzorzec nie jest idealną realizacją definicji wielkości fizycznej
- niereprezentatywność serii wyników pomiarów, np. zbyt mała ich liczba
- niedokładną znajomość czynników zewnętrznych mających wpływ na pomiar
- błędy obserwatora podczas odczytów wskazań przyrządów analogowych
- skończoną zdolność rozdzielczą przyrządów stosowanych w pomiarach
- niedokładność stosowanych wzorców i materiałów odniesienia
- niedokładne wartości stałych lub parametrów pochodzących z innych źródeł
- przybliżenia upraszczające przyjęte w procedurze pomiarowej
- zmiany kolejnych wyników pomiarów wielkości mierzonej w pozornie identycznych warunkach.

Oprócz niepewności standardowej  $u(x)$ , w nowych standardach międzynarodowych zastosowano następujące **terminy metrologiczne o zupełnie nowym znaczeniu:**

- ocena niepewności pomiarów metodą typu A;
- ocena niepewności pomiarów metodą typu B;
- złożona niepewność standardowa;
- niepewność standardowa rozszerzona;
- współczynnik rozszerzenia.

# Ocena niepewności pomiarów metodą typu A

- Pod zaproponowaną nazwą „ocena niepewności typu A” (type A evaluation of uncertainty) kryje się statystyczna analiza serii pomiarów bezpośrednich. Niezależne powtarzanie tego samego pomiaru fizycznego pozwala otrzymać serię wyników

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

gdzie  $n$  jest liczbą wykonanych pomiarów. Prawdziwej wartości mierzonej wielkości fizycznej oczywiście nie znamy ale można wykazać, że w większości przypadków średnia arytmetyczna z wyników pomiarów jest dobrym oszacowaniem (w statystyce używamy terminu: estymatorem) wartości prawdziwej  $x_0$ .

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$



- Teoretycznie, dla liczby pomiarów rosnącej nieograniczenie średnia arytmetyczna staje się wartością prawdziwą, jeśli metoda pomiarowa pozbawiona jest wpływów błędów systematycznych.
- Wartość eksperymentalnego odchylenia standardowego (każdy pomiar z osobna) charakteryzującego rozrzut wyników serii  $n$  pomiarów tej samej wielkości mierzonej można wyznaczyć ze wzoru

$$s(x_i) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Natomiast **niepewnością standardową wyniku** nazywamy odchylenie standardowe eksperymentalne średniej arytmetycznej, które oblicza się ze wzoru

$$u(\bar{x}) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

## Ocena niepewności pomiarów metodą typu B

- Ocenę niepewności pomiaru metodą typu B (type B evaluation of uncertainty) stosujemy wówczas, gdy dostępny jest tylko jeden wynik pomiaru (lub tylko po jednym wyniku pomiaru każdej wielkości) albo gdy seria wyników nie wykazuje rozrzutu.
- Ocena niepewności typu B może być równie wiarygodna, jak ocena typu A, szczególnie wtedy, gdy ocena typu A jest oparta na stosunkowo małej liczbie pomiarów.
- Należy zaznaczyć, że obydwa sposoby oceny oparte są na rozkładach prawdopodobieństwa, a ilościową miarą każdego z nich jest estymator odchylenia standardowego.
- Niepewność standardową metodą typu A oblicza się na podstawie rozkładu prawdopodobieństwa, np. rozkładu Gaussa.
- Niepewność standardową metodą typu B oblicza się na podstawie rozkładu prawdopodobieństwa przyjętego przez obserwatora.

## Proste przyrządy o tradycyjnym odczycie

Dla przykładu wartości  $\Delta_d x$  dla kilku powszechnie znanych przyrządów:

- dla miarki milimetrowej  $\Delta_d l = 1 \text{ mm}$ ,
- dla suwmiarki  $\Delta_d l = 0,1$  (lub  $0,05$ )  $\text{mm}$ ,
- dla śruby mikrometrycznej  $\Delta_d l = 0,01 \text{ mm}$ ,
- dla sekundomierza  $\Delta_d t = 0,2$  (lub  $0,1$ )  $\text{s}$ ,
- dla termometru lekarskiego  $\Delta_d x = 0,1 \text{ } ^\circ\text{C}$ ,
- dla samochodowego licznika prędkości  $\Delta_d v = 5 \text{ km/h}$ .

## Elektroniczne mierniki cyfrowe.

- W przyrządach z odczytem wartość odpowiadająca zmianie ostatniej cyfry, zwana umownie „najmniejszą działką”, nie określa dokładności przyrządu. Rzeczywista niepewność pomiaru jest większa i podawana jest z reguły przez producenta w instrukcji obsługi – nawet dla podręcznych multimetrów. Najczęściej wartość niepewności podawana jest jako określony ułamek wielkości mierzonej plus pewien ułamek zakresu.

# Ocena niepewności pomiarów metodą typu B

$$u(x) = \sqrt{\frac{(\Delta_d x)^2 + (\Delta_e x)^2}{3}}$$

## Niepewności w pomiarach pośrednich

- Załóżmy, że wielkość  $y$  mierzona pośrednio, czyli **wyznaczana** zależy od  $k$  wielkości mierzonych bezpośrednio, które oznaczamy symbolami  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$  lub krótko jednym symbolem  $\{x_k\}$ . Wielkości  $y$  oraz  $\{x_k\}$  wiąże wzór fizyczny, który zapisujemy symbolicznie w postaci  $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k)$  lub  $y = f(x_k)$ .
- Jaka jest **złożona niepewność standardowa  $u_c(y)$**  wielkości wyznaczonej  $y$ ? Rozwiązanie tego problemu jest często określane w literaturze **prawem przenoszenia (propagacji) niepewności**.

- W pomiarach „idealnie” **nieskorelowanych** każdą z wielkości mierzymy niezależnie za pomocą innego przyrządu. Dodajmy, że każdą z wielkości możemy mierzyć w innym czasie, a nawet powinniśmy zmieniać czynniki istotne zachowując jedynie warunki odtwarzalności pomiarów.
- W pomiarach **skorelowanych** jeden pomiar polega na odczytaniu wartości wszystkich wielkości w tych samych warunkach, a więc bez wprowadzenia jakichkolwiek zmian w układzie pomiarowym w tym samym czasie (niemal równocześnie), a więc w warunkach gwarantujących powtarzalność wyników. Do pomiarów skorelowanych zaliczamy niemal wszystkie pomiary w złożonych układach elektrycznych, np. wyznaczanie charakterystyk elementów półprzewodnikowych czy pomiary w obwodach prądu przemiennego.

## Pomiary pośrednie nieskorelowane

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left[ \frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot u(x_i) \right]^2}$$



# Pomiary pośrednie skorelowane

- Wyniki  $y_i$  oblicza się korzystając z kompletu wyników pomiarów bezpośrednich  $k$  wielkości uzyskanych w  $i$ -tym pomiarze;
- Seria wyników  $y_i$  uzyskanych w  $n$  pomiarach stanowi próbkę statystyczną podobnie jak w pomiarach bezpośrednich;
- Przyjmuje się, że wynikiem pomiaru pośredniego jest np. średnia arytmetyczna, a „złożoną niepewność standardową” można wyliczyć metodą typu A ze wzoru

$$u(y) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

# Niepewność pomiarów promieniowania jądowego

$$u(n) = \sqrt{n}.$$

$$n \pm \sqrt{n}$$

$$u_r(n) = \frac{u(n)}{n} = \frac{\sqrt{n}}{n} = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

## zaokrąglanie wyników

- Przy *odejmowaniu i dodawaniu* zaokrąglanie przeprowadza się do rzędu o 1 mniejszego od rzędu najmniej dokładnej liczby. W wyniku zachowujemy tylko tyle znaków dziesiętnych, ile ich jest w liczbie o najmniejszej liczbie znaków dziesiętnych, np.

$$0,232+5,338+43,2=0,23+5,34+43,2=48,77=48,8$$

- Przy *mnożeniu i dzieleniu* w wyniku zachowuje się tyle cyfr znaczących, ile zawiera ich liczba o najmniejszej ilości cyfr znaczących, np.:

$$56,9:2,41=23,610=23,6$$

$$51\cdot 2,434=124,134=124$$

- Przy *podnoszeniu do potęgi* w wyniku zachowuje się tyle cyfr znaczących, ile ich zawiera liczba podnoszona do potęgi, np.:

$$(9,36)^2=87,6096=87,6$$

$$(0,68)^3=0,3144=0,31$$

- Przy *logarytmowaniu* należy brać tylko tyle znaków, ile cyfr znaczących zawiera liczba logarytmowana, np.:

$$\log 77,23=1,8878=1,888.$$

- Przy *pierwiastkowaniu* wynik ma taką samą liczbę cyfr znaczących, jaką miała liczba pierwiastkowana, np.:

$$\sqrt{2,97} = 1,723 = 1,72$$

$$\sqrt[3]{0,0063} = 0,1847 = 0,18$$

## Niepewność

**obliczamy** do trzeciego miejsca znaczącego,  
**zaokrąglamy zawsze w górę**, do drugiej cyfry znaczącej,  
wynik możemy zaokrąglić do jednego miejsca znaczącego jeśli w tym przypadku niepewność nie zwiększy się więcej niż o 10 %.

## Wynik

**obliczamy** z dokładnością o jedno miejsce więcej, niż w przypadku zaokrąglonej niepewności (zwykle najwyżej do czterech miejsc znaczących),

**zaokrąglamy** do tego samego miejsca, co w przypadku niepewności, zaokrąglamy według normalnych zasad zaokrąglania:

cyfry 1, 2, 3, 4 – w dół,

cyfry 6, 7, 8, 9, - w górę,

cyfrę 5:

w górę, jeśli poprzedza ją liczba nieparzysta,

w dół, jeśli jest poprzedzona cyfrą parzystą.