Dynamika

Podstawowy problem mechaniki klasycznej punktu materialnego można sformułować w sposób następujący:

- *mamy ciało (zachowujące się jak punkt materialny) o znanych właściwościach (masa, ładunek itd.),*
- *umieszczamy to ciało, nadając mu prędkość początkową, w otoczeniu, które znamy,*
- *pytanie: jaki będzie ruch ciała?*

Pierwsza zasada dynamiki Newtona

Jeżeli na ciało nie działają żadne siły lub siły działające równoważą się, to ciało pozostaje w stanie spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym po linii prostej.

Druga zasada dynamiki Newtona

Jeżeli na ciało działa niezrównoważona siła wypadkowa to ciało porusza się z przyspieszeniem wprost proporcjonalnym do działającej na to ciało siły wypadkowej.

Przyspieszenie ma kierunek zgodny z kierunkiem siły.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{wypadkowa}}{m}$$

F = m · a **1 N (niuton) = 1kg·1 m/s^2**

Trzecia zasada dynamiki Newtona

Gdy dwa ciała oddziałują wzajemnie, to siła wywierana przez ciało drugie na ciało pierwsze jest równa i przeciwnie skierowana do siły, jaką ciało pierwsze działa na drugie.

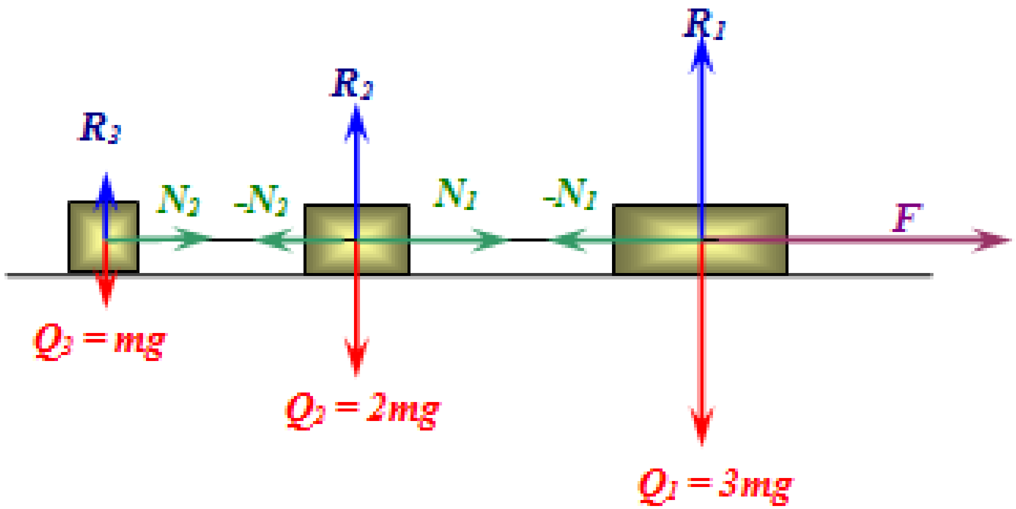
$$\vec{F}_{A \to B} = -\vec{F}_{B \to A}$$

Układ inercjalny

- *Pierwsza zasada dynamiki stwierdza, że jeżeli na ciało nie działają siły zewnętrzne to istnieje taki układ odniesienia, w którym to ciało spoczywa lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym.* ***Taki układ nazywamy układem inercjalnym***.

- *Układy inercjalne są tak istotne bo we wszystkich takich układach ruchami ciał rządzą dokładnie te sama prawa.*

Trzy ciała o masach $m_1 = 3m$, $m_2 = 2m$, $m_3 = m$ połączono ze sobą jak na rysunku. Do ciała o masie $m_1 = 3m$ przyłożono stałą siłę F. Wyznacz siły naciągu N_1 , N_2 oraz przyspieszenie ciał.



$$F - N_1 = 3ma$$
$$N_1 - N_2 = 2ma$$
$$N_2 = ma$$

$$F = (3m + 2m + m)a$$

$a = F/6m$, $N_1 = F/2$, $N_2 = F/6$

Prawo powszechnego ciążenia

Dwa punkty materialne o masach M i m przyciągają się wzajemnie siłą proporcjonalną do iloczynu ich mas i odwrotnie proporcjonalną do kwadratu ich odległości r

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

$$G = 6.67\cdot 10^{-11}\ \frac{Nm^2}{kg^2}$$

***Ciężar (siła ciężkości)*.**

Z faktu, że ciało spada swobodnie na Ziemię z przyspieszeniem a = g, wnioskujemy, że siła przyciągania ziemskiego wyraża się wzorem

$$\mathbf{Q = mg}$$

Prawo powszechnego ciążenia tłumaczy również ruch planet i pozwala wyznaczyć ich masy oraz okresy obiegu w ruchu orbitalnym. Jako przykład obliczmy jaki był okres T obiegu statku Apollo na orbicie Księżyca Ziemi

Z prawa powszechnego ciążenia oraz z II zasady dynamiki mamy:

$$F = G\frac{M_K m}{R^2}, \qquad F = ma$$

gdzie M_K jest masą Księżyca, a R promieniem orbity po jakiej krąży Apollo o masie m. Przyspieszenie dośrodkowe jakiego doznaje statek kosmiczny jest równe

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

v – prędkość statku styczna do orbity

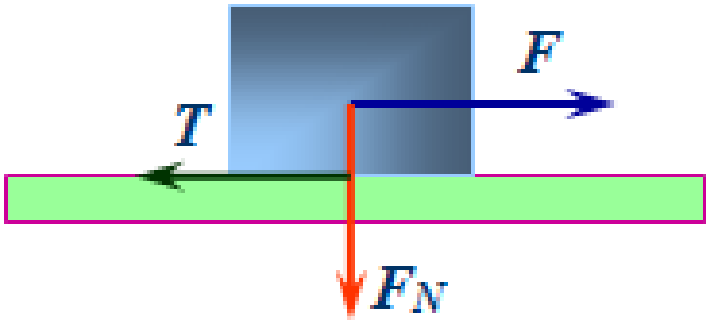
$$G\frac{M_K m}{R^2} = m\left(\frac{4\pi^2 R}{T^2}\right)$$

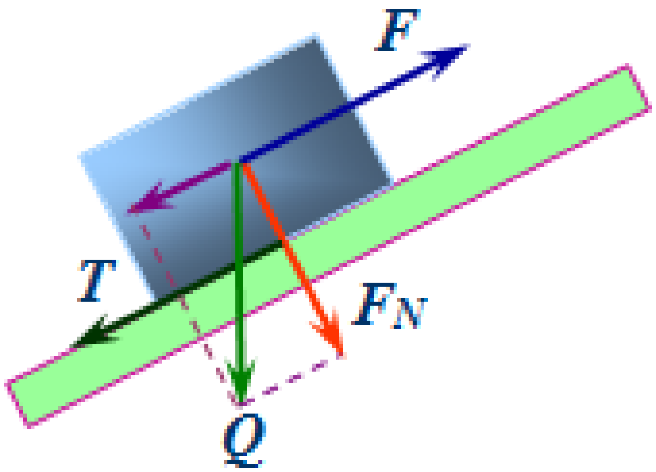
$$T^2 = \frac{4\pi^2 R^3}{GM_K}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM_K}}$$

Podstawiając wartości liczbowe: promień Księżyca R = 1740 km, masę M_K = $7.35\cdot10^{22}$ kg i G = $6.67\cdot10^{-11}$ Nm^2/kg^2, otrzymamy T = $6.5\cdot10^3$ s czyli 108 minut.

Tarcie





Siła tarcia

- *leży w płaszczyźnie powierzchni styku.*
- *Jest w przybliżeniu niezależna od powierzchni zetknięcia (w szerokim zakresie)*
- *Jest proporcjonalna do siły normalnej (prostopadłej) z jaką jedna powierzchnia naciska na drugą.*
- *Stosunek siły tarcia do siły nacisku* F_N *nazywamy współczynnikiem tarcia statycznego* μ_s

$$\mu_s = \frac{T_s}{F_N}$$

Jeżeli siła F będzie większa od to ciało zacznie się poruszać z niezerowym przyspieszeniem.

Tę siłę tarcia występującą podczas ruchu poślizgowego jednego ciała względem drugiego ciała (jednej powierzchni względem drugiej powierzchni) nazywa się siłą tarcia kinetycznego (k - kinetyczna)

Siła ta, podobnie jak siła tarcia statycznego, przeciwstawia się ruchowi – jest jednak od niej mniejsza.

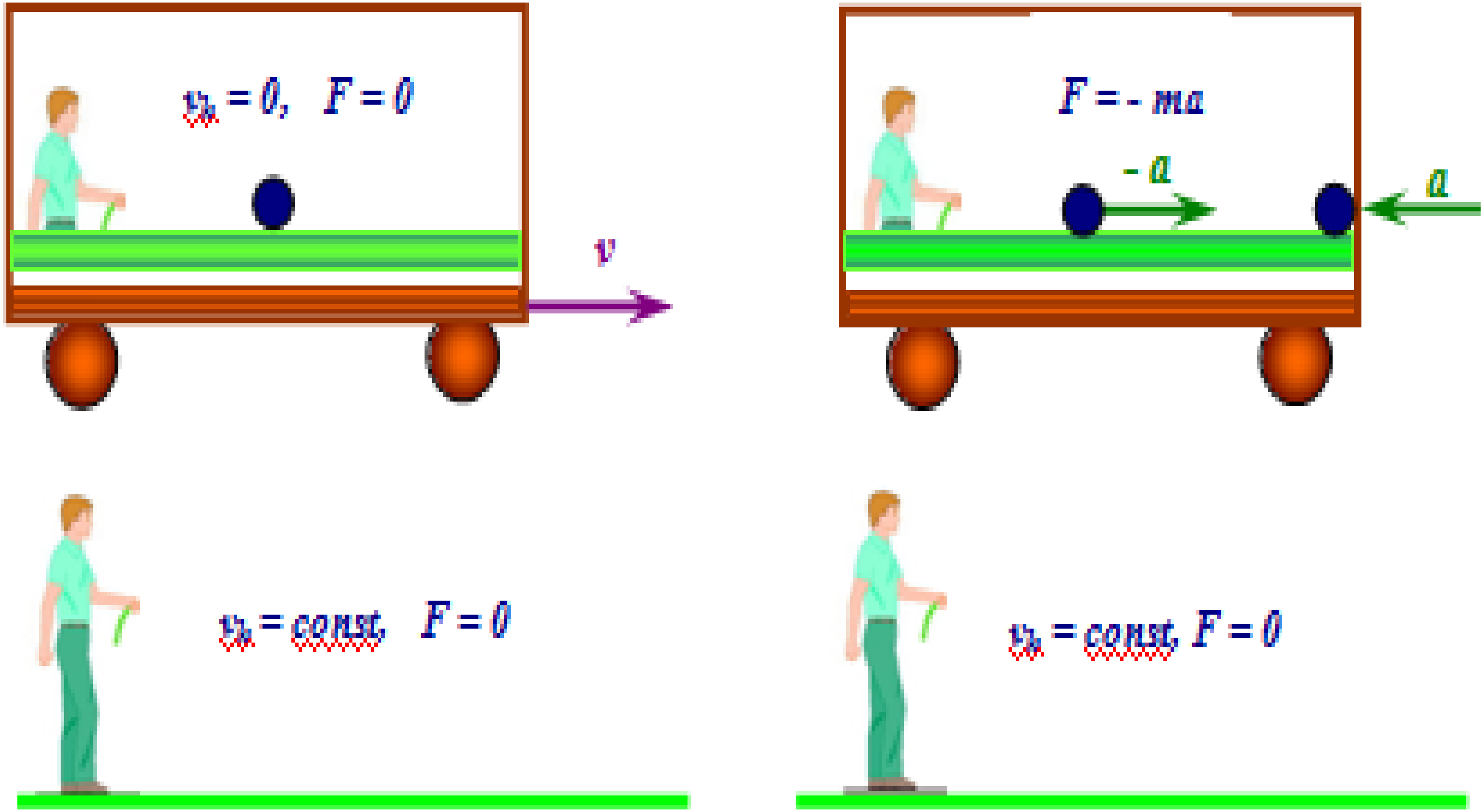
$$\mu_k = \frac{T_k}{F_N}$$

Siła tarcia kinetycznego spełnia trzy prawa empiryczne:

- *Jest w przybliżeniu niezależna od powierzchni zetknięcia (w szerokim zakresie),*
- *Jest proporcjonalna do siły normalnej (prostopadłej) z jaką jedna powierzchnia naciska na drugą,*
- *Nie zależy od prędkości względnej poruszania się powierzchni.*

Siły bezwładności

- *uwzględnienie sił bezwładności jest konieczne jeżeli chcemy stosować zasady dynamiki w układach nieinercjalnych*



a) b)

Praca i moc

- Praca W stałej siły F jest iloczynem skalarnym siły F i wektora przesunięcia s

$$\mathbf{W} = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{s}}$$

$$\mathbf{W} = \left|\vec{\mathbf{F}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{s}}\right| \cdot \cos\Theta$$

Θ - kąt między kierunkami siły i przesunięcia

Dżul jest to praca wykonana na drodze 1 m przez siłę 1 N.

$$\mathbf{1\ J = 1\ N \cdot 1\ m = 1\ kg \cdot m^2/s^2}$$

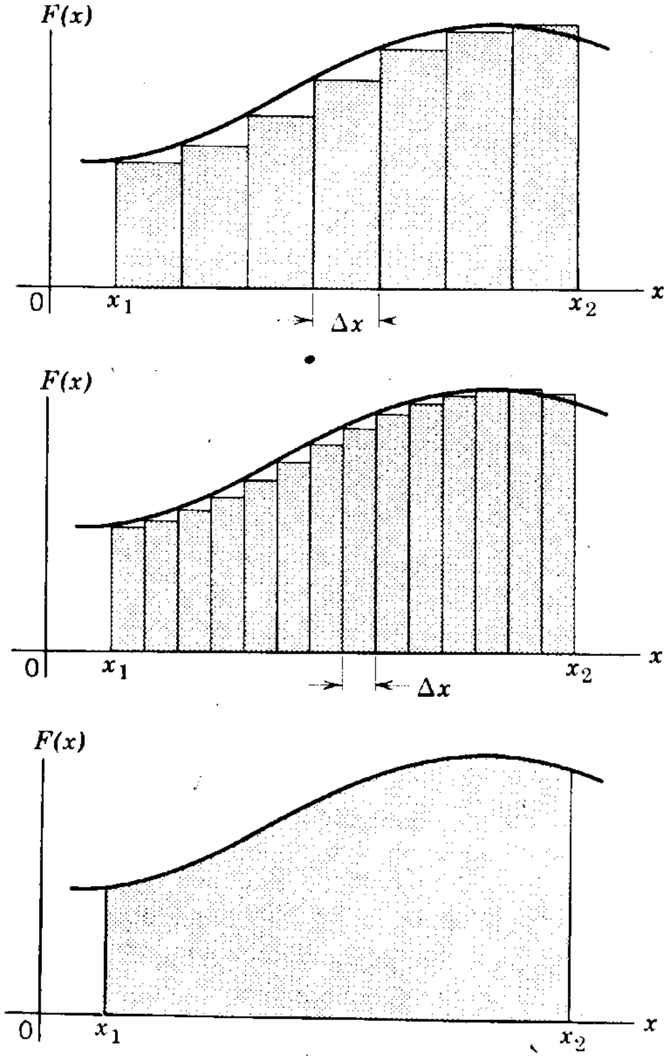
- Pracę wykonaną w jednostce czasu nazywamy mocą P

$$\mathbf{P = \frac{W}{t}}$$

Moc jest równa jednemu watowi (1 W), jeżeli stała siła wykonuje pracę 1 dżula w czasie 1 sekundy

1 W=1 J/1 s

Praca wykonana przez siłę zmienną



Obliczenie pracy W jako pola powierzchni zawartej pod krzywą F(x) w granicach między x_1 i x_2;

a) podział na paski o szerokości Δx,

b) paski są węższe,

c) paski o szerokości $\Delta x \to 0$.

- Rozważmy małe przemieszczenie Δx
- W tym przedziale siła F ma prawie stałą wartość, a praca ΔW (praca elementarna), jaką ona wykonuje jest w przybliżeniu równa

$$\mathbf{\Delta W = F \cdot \Delta x}$$

- Całkowita praca wykonana na przesunięcie ciała od punktu x_1 do punktu x_2 jest równa

$$\mathbf{W_{12} = \sum_j \Delta W_j = \sum_j F \cdot \Delta x_j}$$

- Zmniejszając coraz bardziej Δx, tzn. zwiększając liczbę przedziałów, otrzymamy coraz lepsze przybliżenie
- W granicy, gdy każdy sumowanie przechodzi w całkowanie

$$\mathbf{W = \int_{x_1}^{x_2} F \cdot dx}$$

Energia

- istnieją różne rodzaje (formy) energii;
- możliwe jest przekształcenie jednej formy energii w inną;
- praca jest formą energii.

Energia kinetyczna

Energię kinetyczną **E_k ciała o masie *m* poruszającego się z prędkością *v* definiujemy jako**

$$E_k \equiv \frac{1}{2} m v^2$$

Twierdzenie o równoważności pracy i energii kinetycznej

- **Praca wykonana przez siłę wypadkową na drodze od punktu A do punktu B równa się energii kinetycznej w punkcie B minus energia kinetyczna w punkcie A.**

$$\mathbf{W = \int_A^B \vec{F}_{wyp} \cdot dx = E_{kB} - E_{kA}}$$

Siły zachowawcze

- Siła jest zachowawcza jeśli praca przez te siłę wykonana jest niezależna od drogi, po której ciało porusza się od punktu A do B.

$$\int_{A}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{A}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$\text{droga}(1) \qquad \text{droga}(2)$$

- Praca siły zachowawczej nie zależy od kształtu drogi, a tylko od wyboru punktu początkowego i końcowego.

Energia potencjalna

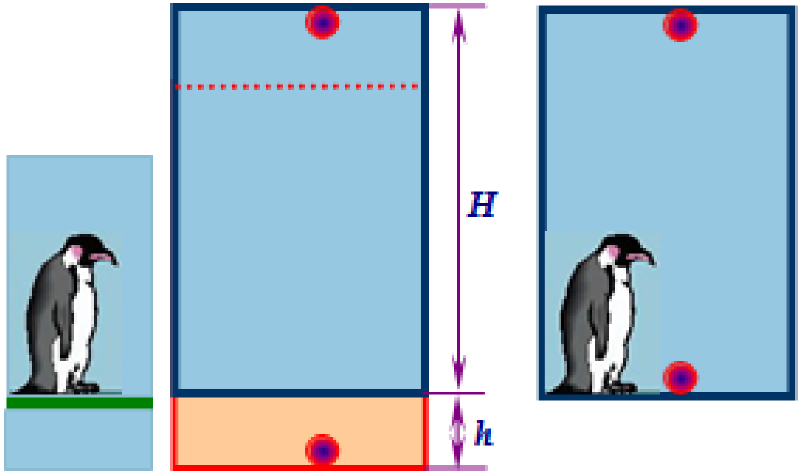
- **Energia potencjalna układu przedstawia pewną formę zgromadzonej energii, która może być całkowicie odzyskana i zamieniona na energię kinetyczną.**

- **Energia potencjalna E_p jest funkcją stanu układu, w którym działają siły zachowawcze.**

Przykład

Winda porusza się ruchem jednostajnie zmiennym. Czas spadania ciała puszczonego swobodnie w tej windzie, na drodze od sufitu do podłogi windy, jest o 25% dłuższy niż w windzie stojącej. Obliczyć przyspieszenie windy. Dane jest przyspieszenie ziemskie g.

- *Rozwiązujemy zadanie w układzie inercjalnym i nieinercjalnym tzn. obserwator w jednym przypadku znajduje się na zewnątrz windy, a w drugim jest pasażerem tej windy.*


H
h

W przypadku pierwszym obserwator "widzi" (mierzy), że ciało przebywa dłuższą drogę gdy winda jest w ruchu.

Dla windy stojącej

$$H = \frac{gt_1^2}{2}$$

Natomiast dla windy w ruchu (ruch jednostajnie przyspieszony) ciało pokonuje wysokość $H + h$ *z przyspieszeniem* $\vec{g}$ *w czasie* t_2

$$H + h = \frac{gt_2^2}{2}$$

Zaś winda w tym samym czasie poruszając się z przyspieszeniem $\vec{a}$ *pokonuje wysokość h*

$$h = \frac{at_2^2}{2}$$

przy czym

$$t_2 = \frac{5}{4} t_1$$

Rozwiązanie tego układu równań daje wynik $a = \frac{9}{25} g$

Drugi obserwator za każdym razem widzi, że ciało przebywa tę samą drogę H od sufitu do podłogi ale w różnych czasach. Wniosek: w obu przypadkach jest różne przyspieszenie. Obserwator wprowadza do obliczeń dodatkową siłę nadającą przyspieszenie $-\vec{a}$. *Odpowiednie równania opisujące ruch ciała wyglądają teraz następująco:*

Dla windy stojącej

$$H = \frac{g t_1^2}{2}$$

Dla windy w ruchu

$$H = \frac{(g-a) t_2^2}{2}$$

Uwzględniając, że

$$t_2 = \frac{5}{4} t_1$$

Obserwator w układzie nieinercjalnym otrzymuje $a = \frac{9}{25} g$ *- czyli taki sam wynik jak obserwator w układzie inercjalnym..*

Oddziaływania podstawowe

oddziaływanie	źródło	natężenie względne	zasięg
GRAWITACYJNE	Masa	10^{-38}	Długi
ELEKTRO-MAGNETYCZNE	Ładunek elektryczny	10^{-2}	Długi
JĄDROWE	Protony, neutrony	1	Krótki 10^{-15} m
SŁABE	Cząstki elementarne	10^{-15}	Krótki 10^{-18} m