

Zasady zachowania w mechanice

Zasady zachowania w mechanice są to prawa stwierdzające, że jakaś wielkość mechaniczna pozostaje stała w czasie (prawo jednorodności czasu).

Zasada zachowania pędu

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

$$\vec{p}_c = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N$$

$$\vec{F}_z = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}_c}{dt}$$

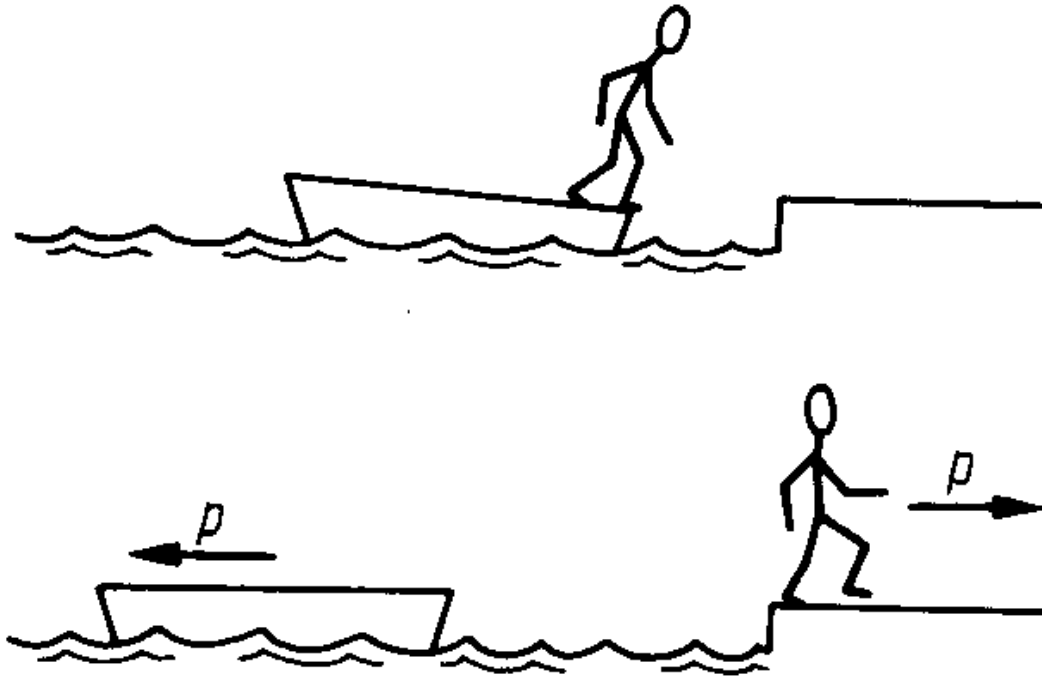
gdzie F_z jest wypadkową sił zewnętrznych działających na układ.

Układ fizyczny nazywamy zamkniętym (odosobnionym, izolowanym) gdy nie działają nań żadne siły zewnętrzne lub wypadkowa tych sił jest równa zeru.

$$\mathbf{F}_z = \mathbf{0} \quad \frac{d\vec{\mathbf{p}}_c}{dt} = \mathbf{0} \Rightarrow \vec{\mathbf{p}}_c = \mathbf{const}$$

W układzie zamkniętym pęd całkowity układu jest stały.

Przykład zasady zachowania pędu w układzie (człowiek + łódka)



Zasada zachowania momentu pędu

Moment pędu (kręt) L jest dla bryły sztywnej równy

$$\vec{L} = \mathbf{I} \cdot \omega$$

gdzie I - moment bezwładności, a ω jest prędkością kątową bryły.

II zasada dynamiki ruchu obrotowego

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

gdzie \vec{M} jest momentem siły zewnętrznej.

Dla układu złożonego z n ciał, które mogą być traktowane jak bryły sztywne całkowity moment pędu jest równy

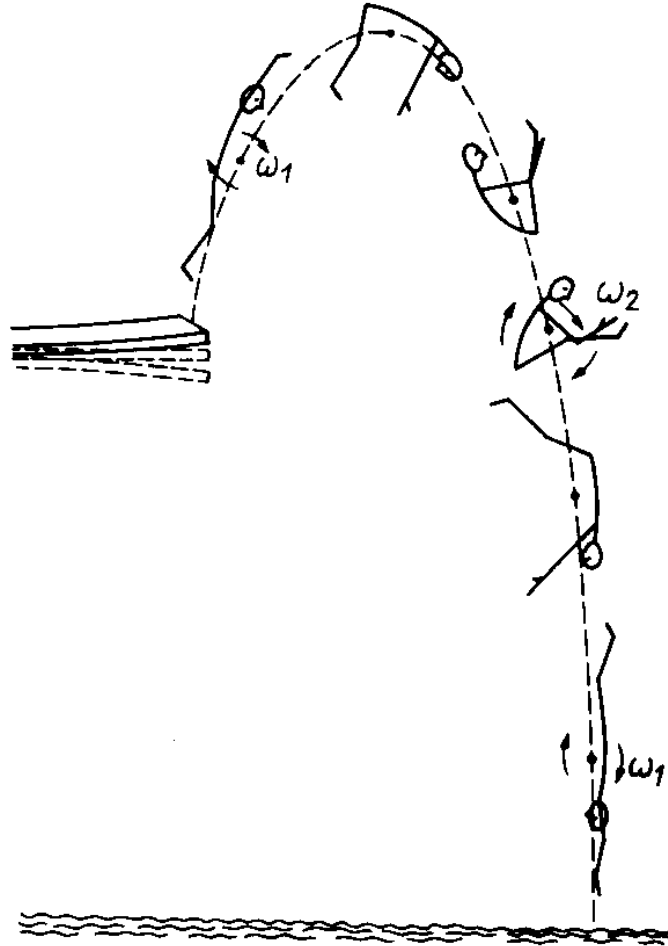
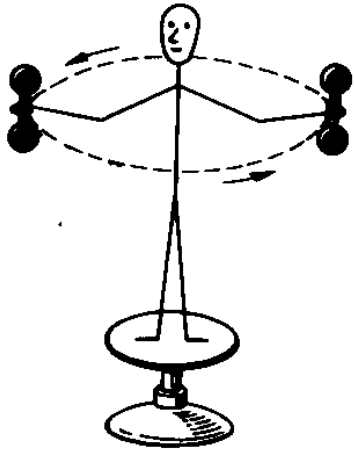
$$\vec{L}_c = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots + \vec{L}_n$$

- Układ brył sztywnych nazywamy zamkniętym gdy nie działają na ten układ siły zewnętrzne lub ich wypadkowy moment jest równy 0.
- W układzie zamkniętym całkowity moment pędu (kręt) jest stały.

$$\vec{M}_z = \mathbf{0} \quad \frac{d\vec{L}_c}{dt} = \mathbf{0} \Rightarrow \vec{L}_c = \text{const}$$

- W układzie zamkniętym całkowity moment pędu w stanie początkowym jest równy całkowitemu momentowi pędu w stanie końcowym.

Przykłady zastosowania zasady zachowania momentu pędu



Zasada zachowania energii

Układ punktów materialnych i brył sztywnych nazywamy zamkniętym i zachowawczym jeżeli:

- **Układ jest zamknięty, tj. w układzie nie działają żadne siły zewnętrzne; w układzie zamkniętym działają więc tylko siły wewnętrzne.**
- **Działające siły wewnętrzne są zachowawcze, tzn. praca tych sił na dowolnej drodze zamkniętej jest równa zeru.**

Całkowita energia mechaniczna układu E jest sumą całkowitej energii kinetycznej K i energii potencjalnej U.

Całkowita energia mechaniczna układu zamkniętego i zachowawczego jest stała.

$$\mathbf{E = \sum K_j + U = const}$$

Całkowita energia układu zamkniętego jest wielkością stałą. Mogą jedynie zachodzić przemiany jednych form energii w inne.

Zderzenia

Jeżeli ciała zderzające się poruszają się wzdłuż linii łączącej środki ich mas, zderzenia nazywamy *centralnymi*.

- Zderzenie nazywamy sprężystym, gdy energia kinetyczna jest zachowana, tzn.

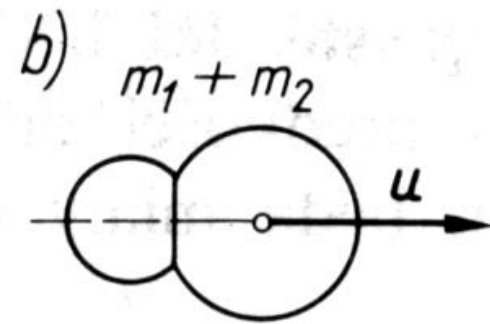
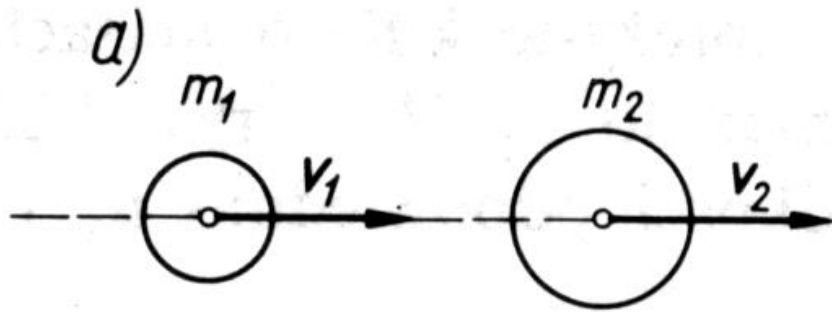
$$\sum \mathbf{K}_i = \sum \mathbf{K}_f$$

„i” – przed , „f” - po zderzeniu.

- Zderzenie jest niesprężyste gdy

$$\sum \mathbf{K}_i = \sum \mathbf{K}_f + Q$$

Q - np. ciepło.



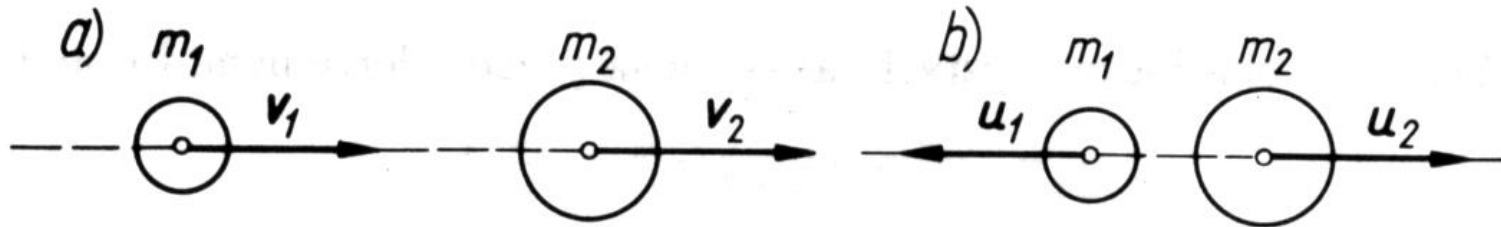
$$\mathbf{m}_1 \mathbf{v}_1 + \mathbf{m}_2 \mathbf{v}_2 = (\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2) \cdot \mathbf{u}$$

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{m}_1 \mathbf{v}_1 + \mathbf{m}_2 \mathbf{v}_2}{\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2}$$

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$K_2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u^2 = \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$$

$$Q = K_1 - K_2 = \frac{\mathbf{m}_1 \mathbf{m}_2}{2(\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2)} (\mathbf{v}_1^2 - \mathbf{v}_2^2)$$

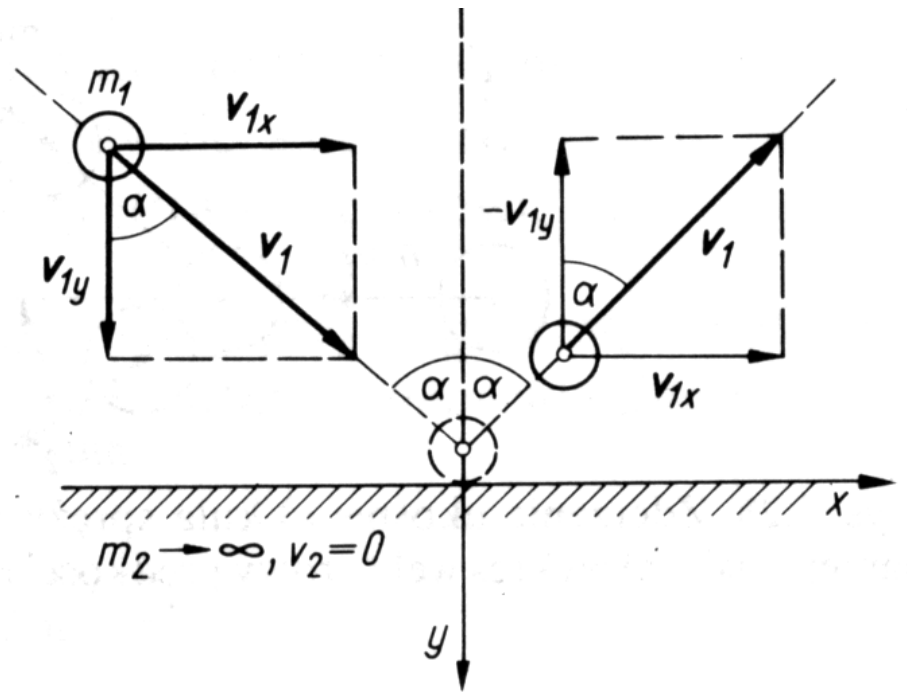
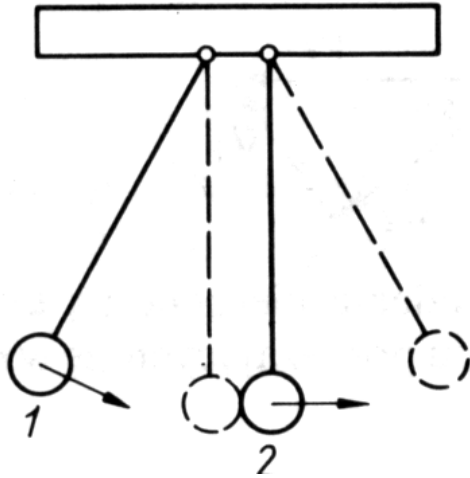


$$\mathbf{m}_1 \mathbf{v}_1 + \mathbf{m}_2 \mathbf{v}_2 = \mathbf{m}_1 \mathbf{u}_1 + \mathbf{m}_2 \mathbf{u}_2$$

$$\frac{1}{2} \mathbf{m}_1 \mathbf{v}_1^2 + \frac{1}{2} \mathbf{m}_2 \mathbf{v}_2^2 = \frac{1}{2} \mathbf{m}_1 \mathbf{u}_1^2 + \frac{1}{2} \mathbf{m}_2 \mathbf{u}_2^2$$

$$\mathbf{u}_1 = \frac{2\mathbf{m}_2}{\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2} \mathbf{v}_2 + \frac{\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2}{\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2} \mathbf{v}_1$$

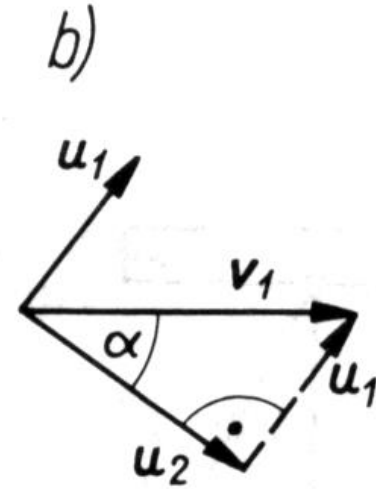
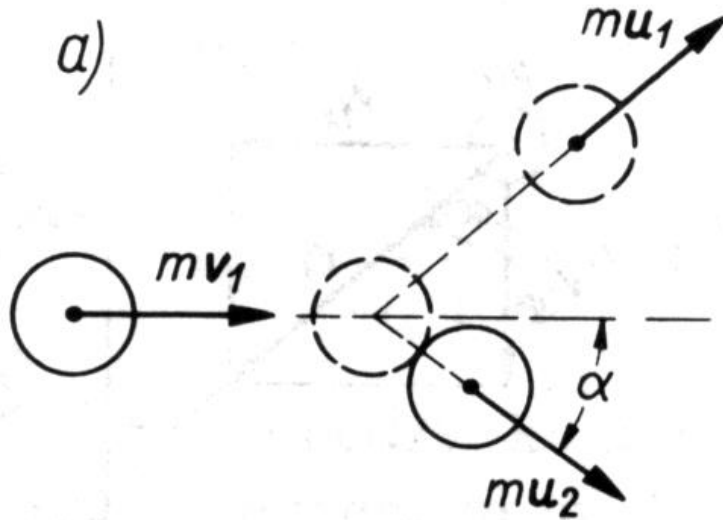
$$\mathbf{u}_2 = \frac{2\mathbf{m}_1}{\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2} \mathbf{v}_1 + \frac{\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2}{\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2} \mathbf{v}_2$$



- prędkość kuli po odbiciu jest równa prędkości kuli przed odbiciem;
- kąt padania jest równy kątowi odbicia.

Zderzenie ukośne:

- a) kula o masie m uderza nieruchomą kulę o takiej samej masie,
- b) wektorowy wykres prędkości



$$\vec{v}_1 = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$$

$$v_1^2 = u_1^2 + u_2^2$$

- Kule po zderzeniu będą się zawsze poruszały względem siebie pod kątem prostym.